# Capacitá, Induttanza e Resistenza

Primo Galletti Aldo Aluigi

31 Gennaio 2004

Si é giá accennato al comportamento del condensatore e dell'induttore quando vengono "immersi" in un campo gravitazionale [1]. Si vuole qui riprendere l'argomento, il quale ci permetterá di comprendere meglio il legame (molto stretto!) esistente tra *Gravitá* ed *Elettromagnetismo*.

I punti che sono alla base di questa nuova impostazione sono i seguenti.

1. La nuova interpretazione del comportamento dell'interferometro, *in termini di velocitá della luce variabile*, ci ha consentito di stabilire che [2]:

   - le dimensioni fisiche (lineari) dei corpi, $l$, variano in modo direttamente proporzionale alla velocitá della luce, $c$:

   $$l = l_\infty \frac{c}{c_\infty} \tag{1}$$

   - la velocita' della luce é inversamente proporzionale alla radice cubica della densitá, $\delta$, dello spazio [3]:

   $$c = c_\infty \left(\frac{\delta_\infty}{\delta}\right)^{1/3} \tag{2}$$

2. Dalla (1) si ha, come conseguenza, che *gli orologi non variano quando vengono "immersi" in un campo gravitazionale.*

3. Nel cercare una spiegazione al "rompicapo" del rivelatore abbiamo congetturato che:

   - la carica elettrica (degli elettroni e dei protoni), $e$, varia in modo direttamente proporzionale alla velocitá della luce:

   $$e = e_\infty \frac{c}{c_\infty} \tag{3}$$

[1] Si veda **Gravitá**: *Il ruolo fondamentale della velocitá della luce.*

[2] Il pedice "$_\infty$" sta ad indicare lo spazio a "riposo".

[3] Si tenga presente che la densitá, $\delta_\infty$, dello spazio a "riposo" *coincide*, anche, con quella che viene misurata da un osservatore "immerso" nel campo gravitazionale, in quanto gli strumenti di misura che sono a sua disposizione si modificano anch'essi (ossia, si "adattano" alla velocitá della luce)!

- l'energia, $U$, varia in modo direttamente proporzionale al quadrato della velocitá della luce:

$$U = U_\infty \frac{c^2}{{c_\infty}^2} \tag{4}$$

# 1 Condensatore

Immaginiamo di "immergere" un condensatore piano, carico ed isolato, in un campo gravitazionale la cui densitá, $\delta_0$, dello spazio sia 1,000 volte superiore a quella dello spazio a "riposo" (v. **Figura 1**).

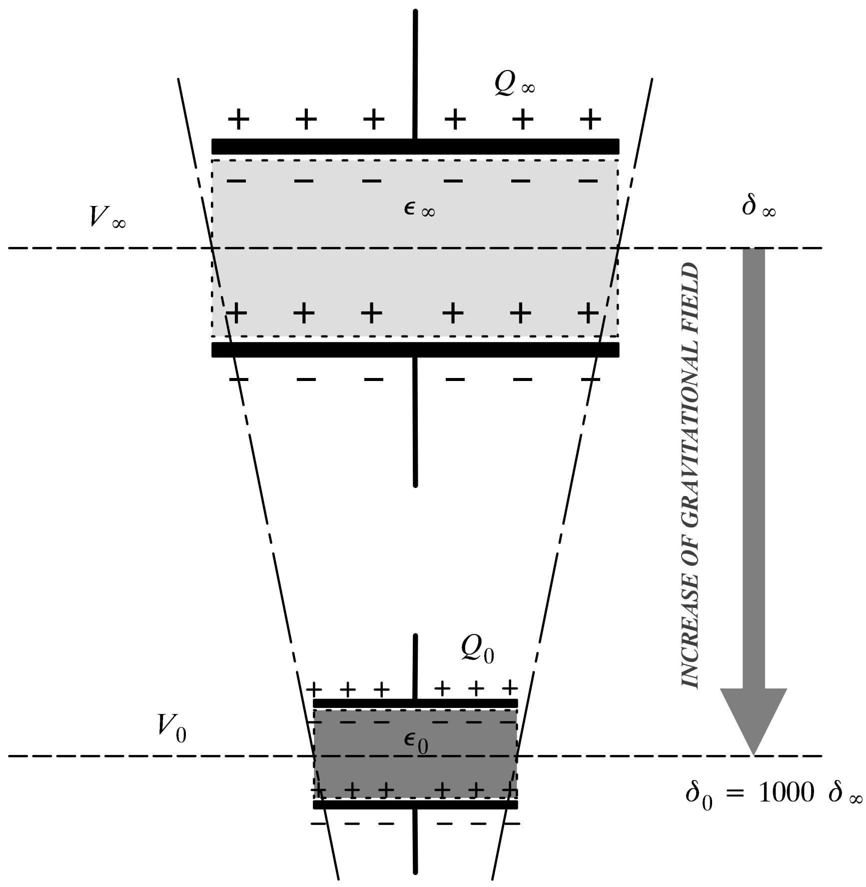


Figura 1: "Immersione" di un condensatore in un campo gravitazionale

Se la densitá dello spazio é diventata 1,000 volte superiore, per la (2) la velocitá della luce risulta 10 volte inferiore:

$$c_0 = c_\infty \left(\frac{\delta_\infty}{\delta_0}\right)^{1/3} = c_\infty \left(\frac{1}{1,000}\right)^{1/3} = c_\infty \frac{1}{10} \tag{5}$$

per cui, la distanza $d$ e la superficie $S$ del condensatore sono diminuite, rispettivamente, di 10 e 100 volte:

$$d_0 = d_\infty \, \frac{c_0}{c_\infty} = d_\infty \, \frac{1}{10} \tag{6}$$

$$S_0 = S_\infty \, \frac{{c_0}^2}{{c_\infty}^2} = S_\infty \, \frac{1}{100} \tag{7}$$

Ma cosa ne é stato della carica $Q$ e della differenza di potenziale $V$?

Sappiamo dall'*Elettrostatica* che il comportamento di un condensatore puó essere rappresentato mediante la ben nota relazione:

$$Q = C \; V \tag{8}$$

dove $C$ é la sua capacitá.

Dalla *Legge di Coulomb* sappiamo che *la differenza di potenziale $V$ é direttamente proporzionale alla carica elettrica* $Q$ e pertanto, in un campo gravitazionale, ci dobbiamo attendere:

$$C = \frac{Q_0}{V_0} = \frac{Q_\infty}{V_\infty} \equiv costante \tag{9}$$

ossia, che *la capacitá di un condensatore non debba subire variazioni.* Per un condensatore piano, $C$ é data dalla seguente relazione:

$$C = \epsilon_0 \, \frac{S_0}{d_0} \tag{10}$$

dove $\epsilon_0$ é la costante dielettrica. Sostituendo la (6) e la (7) nella (10) si ottiene:

$$C = \epsilon_0 \, \frac{S_\infty}{d_\infty} \, \frac{c_0}{c_\infty} \tag{11}$$

per cui, affinché $C$ possa rimanere costante, $\epsilon_0$ *deve variare in modo inversamente proporzionale alla velocitá della luce*:

$$\epsilon_0 = \epsilon_\infty \, \frac{c_\infty}{c_0} \tag{12}$$

Ossia, per la (2), si ottiene l'importante risultato che *la costante dielettrica deve variare in modo direttamente proporzionale alla radice cubica della densitá dello spazio*:

$$\epsilon_0 = \epsilon_\infty \left( \frac{\delta_0}{\delta_\infty} \right)^{1/3} \tag{13}$$

L'energia elettrostatica, $U$, del condensatore, che *si trova immagazzinata nel dielettrico*, é data dalla seguente ben nota relazione:

$$U = \frac{1}{2} \, \frac{Q^2}{C} \equiv \frac{1}{2} \; C \; V^2 \tag{14}$$

la quale puó essere scritta anche in forma "locale", in cui viene evidenziato il campo elettrico, $E$, nel modo seguente:

$$U = \frac{1}{2}\ \epsilon_0\ E^2\ \mathcal{V}_\epsilon \tag{15}$$

dove, $\mathcal{V}_\epsilon$ é il volume del dielettrico.

Come é possibile conciliare la (14) con la (15)? É facile verificare che ció é possibile se anche la carica elettrica $Q$, presente sulle armature, *varia in modo inversamente proporzionale alla costante dielettrica*. Ossia [4]:

$$Q_0 = Q_\infty\ \frac{\epsilon_\infty}{\epsilon_0} \equiv Q_\infty\ \frac{c_0}{c_\infty} \tag{16}$$

e, quindi, anche:

$$V_0 = V_\infty\ \frac{\epsilon_\infty}{\epsilon_0} \equiv V_\infty\ \frac{c_0}{c_\infty} \tag{17}$$

Una conseguenza importante riguarda il campo elettrico. Utilizzando la (6) e la (17) si ricava che *il campo elettrico all'interno del dielettrico non varia*. Infatti:

$$E_0 = \frac{V_0}{d_0} = \frac{V_\infty}{d_\infty}\ \frac{\epsilon_\infty}{\epsilon_0}\ \frac{c_\infty}{c_0} \equiv E_\infty \tag{18}$$

Inserendo, ora, la (16) (o la (17)) nella (14):

$$U_0 = \frac{1}{2}\ \frac{Q_0^2}{C} = U_\infty\ \frac{c^2}{{c_\infty}^2} \equiv \frac{1}{100}\ U_\infty \tag{19}$$

mentre, utilizzando la (18) nella (15), si ha:

$$U_0 = \frac{1}{2}\ \epsilon_0\ E^2\ \mathcal{V}_\epsilon = \epsilon_\infty\ \frac{c_\infty}{c_0}\ E^2\ \mathcal{V}_\infty\ \frac{{c_0}^3}{{c_\infty}^3} = U_\infty\ \frac{c^2}{{c_\infty}^2} \equiv \frac{1}{100}\ U_\infty \tag{20}$$

Dunque, durante la "immersione" nel campo gravitazionale, il condensatore subisce una variazione (diminuzione) di energia elettrostatica proporzionale a:

$$\Delta U \equiv U_0 - U_\infty \propto {c_0}^2 - {c_\infty}^2 \tag{21}$$

Lo "spostamento" elettrico (o induzione elettrica), $D$, é dato dalla seguente relazione:

$$D = \epsilon_0\ E \tag{22}$$

per cui, utilizzando la (12) si ottiene che:

$$D_0 = D_\infty\ \frac{c_\infty}{c_0} \tag{23}$$

ossia, *l'induzione elettrica varia in modo inversamente proporzionale alla velocitá della luce*.

[4] Si tratta di un risultato molto diverso da quello che ci viene offerto, oggi, dall'*Elettrostatica*!

## 2 Induttanza

In modo del tutto analogo a quanto é stato fatto per il condensatore, é possibile analizzare il comportamento di un induttore quando viene "immerso" in un campo gravitazionale.

Per semplicitá, consideriamo un induttore rettilineo molto lungo (oppure di tipo toroidale) e immaginiamo di "immergererlo" in un campo gravitazionale la cui densitá dello spazio sia 1,000 volte superiore a quella dello spazio a "riposo" (v. **Figura 2**).

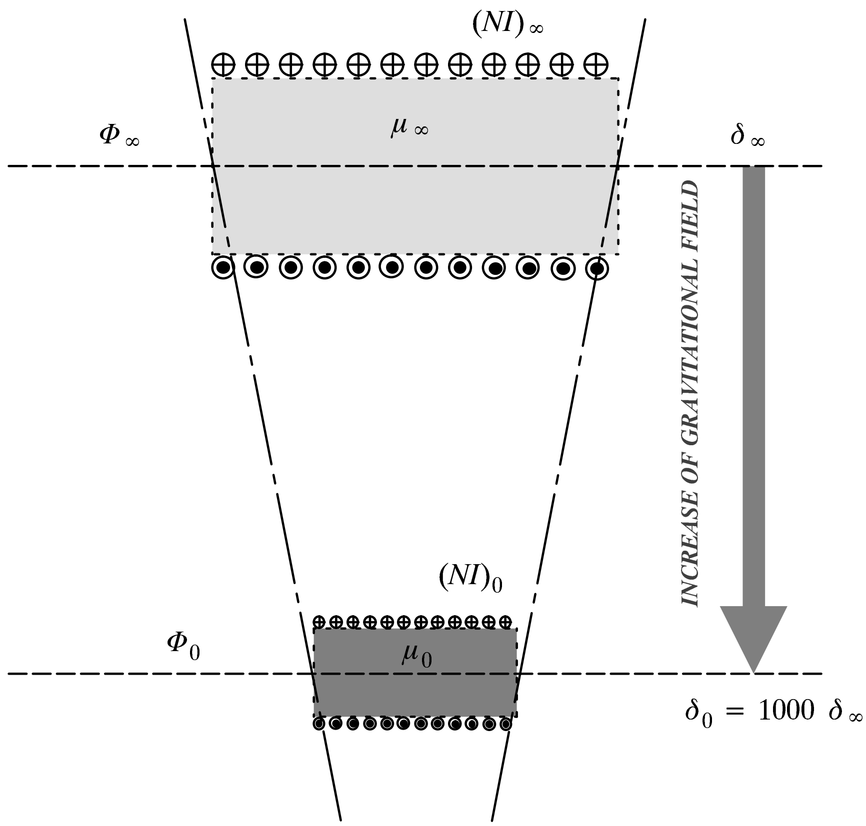


Figura 2: "Immersione" di un induttore in un campo gravitazionale

Anche qui, la lunghezza $l$ e la sezione $S$ del nucleo magnetico sono diventate, rispettivamente, 10 e 100 volte inferiori:

$$l_0 = l_\infty \ \ \frac{c_0}{c_\infty} = l_\infty \ \frac{1}{10} \tag{24}$$

$$S_0 = S_\infty \; \frac{{c_0}^2}{{c_\infty}^2} = S_\infty \; \frac{1}{100} \tag{25}$$

É ben noto che il comportamento dell'induttore viene rappresentato mediante la seguente relazione (*Legge di Hopkinson*):

$$N \; I = \mathcal{R} \; \Phi \tag{26}$$

dove $N \; I$ sono le amperspire, $\Phi$ il flusso totale e $\mathcal{R}$ la riluttanza del circuito magnetico, la quale puó essere calcolata con la seguente relazione:

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \; S} \tag{27}$$

dove, $\mu_0$ é la permeabilitá magnetica.

L'induttanza $L$ é definita come il rapporto tra il flusso $\Phi$ e la corrente $I$ ed é legata a $\mathcal{R}$ mediante la relazione:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \equiv N^2 \; \frac{\mu_0 \; S}{l} \tag{28}$$

Ma cosa ne é stato della corrente $I$ e del flusso $\Phi$? Poiché sappiamo che *gli orologi non variano quando vengono "immersi" in un campo gravitazionale*, al pari della carica elettrica, anche *la corrente varia in modo direttamente proporzionale alla velocitá della luce*:

$$I_0 = I_\infty \; \frac{c_0}{c_\infty} \tag{29}$$

L'energia magnetica, $U$, *che si trova immagazzinata nel nucleo magnetico*, é data dalla ben nota espressione:

$$U = \frac{1}{2} \; L \; I^2 \tag{30}$$

oppure,

$$U = \frac{1}{2} \; \mu_0 \; H^2 \; \mathcal{V}_\mu \tag{31}$$

dove, $\mathcal{V}_\mu$ é il volume del nucleo magnetico.

É facile verificare che la (30) e la (31) coincidono *se la corrente varia in modo inversamente proporzionale alla permeabilitá magnetica* [5]:

$$I_0 = I_\infty \; \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \tag{32}$$

Dal confronto tra la (29) e la (32), si ha l'importante risultato che *la permeabilitá magnetica deve variare in modo inversamente proporzionale alla velocitá della luce*:

$$\mu_0 = \mu_\infty \; \frac{c_\infty}{c_0} \tag{33}$$

[5] Anche in questo caso, si tratta di un risultato molto diverso da quello che ci viene offerto, oggi, dal *Magnetismo*!

ossia, *in modo direttamente proporzionale alla radice cubica della densitá dello spazio*:

$$\mu_0 = \mu_\infty \left( \frac{\delta_0}{\delta_\infty} \right)^{1/3} \tag{34}$$

Se si utilizzano la (24), (25) e (33) nella (28) é facile verificare che *l'induttanza, L, di un induttore non varia quando viene "immerso" in un campo gravitazionale* [6].

Anche il flusso, $\Phi$, varia in modo direttamente proporzionale alla velocitá della luce:

$$\Phi_0 = \Phi_\infty \frac{c_0}{c_\infty} \tag{35}$$

A questo punto, é facile verificare che, durante la "immersione" dell'induttore nel campo gravitazionale, si ha una variazione (diminuzione) dell'energia magnetica proporzionale a:

$$\Delta U \equiv U_0 - U_\infty \propto {c_0}^2 - {c_\infty}^2 \tag{36}$$

Una conseguenza importante riguarda il campo magnetico. Sappiamo che il campo magnetico, $H$, é dato da:

$$H = \frac{N\ I}{l} \tag{37}$$

Utilizzando la (24) e la (29) nella (37) si ottiene:

$$H_0 = \frac{N\ I_0}{l_0} = \frac{N\ I_\infty}{l_\infty} \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \frac{c_\infty}{c_0} \equiv H_\infty \tag{38}$$

ossia, *in un campo gravitazionale il campo magnetico non subisce variazioni.*

Infine, l'induzione magnetica, $B$, é data da:

$$B = \mu_0\ H \tag{39}$$

per cui, utilizzando la (33) si ottiene:

$$B_0 = B_\infty \frac{c_\infty}{c_0} \tag{40}$$

ossia, anche *l'induzione magnetica risulta inversamente proporzionale alla velocitá della luce.*

[6] E poiché il numero, N, di spire non cambia, anche la riluttanza del circuito magnetico rimane costante

## 3 Resistenza

Cosa accade ad un resistore quando viene "immerso" in un campo gravitazionale?

Sappiamo che la resistenza, $R$, é definita come il rapporto tra la caduta di tensione, $V$, ai suoi terminali e la corrente elettrica, $I$, che lo attraversa (*Legge di Ohm*):

$$R = \frac{V}{I} \tag{41}$$

Abbiamo visto in precedenza che sia la tensione che la corrente risultano direttamente proporzionali alla velocitá della luce, per cui ne consegue che, in un campo gravitazionale, anche *la resistenza $R$ non varia.* Sappiamo, inoltre, che:

$$R = \rho \ \frac{l}{S} \tag{42}$$

dove $l$ é la lunghezza del conduttore, $S$ la sua sezione e $\rho$ la resistivitá del materiale. Pertanto, per la resistivitá deve risultare, *necessariamente*:

$$\rho_0 = \rho_\infty \ \frac{c_0}{c_\infty} \equiv \rho_\infty \ \left(\frac{\delta_\infty}{\delta_0}\right)^{1/3} \tag{43}$$

ossia, *la resistivitá deve variare in modo inversamente proporzionale alla radice cubica della densitá dello spazio.*

L'energia "dissipata" nell'unitá di tempo (potenza) dalla resistenza é data da (*Legge di Joule*) [7]:

$$\dot{U}_0 = V_0 \ I_0 \equiv R \ {I_0}^2 = \frac{{V_0}^2}{R} \tag{44}$$

per cui utilizzando la (17) e la (29) nella (44) si ottiene:

$$\dot{U}_0 = V_0 \ I_0 = V_\infty \ I_\infty \ \frac{{c_0}^2}{{c_\infty}^2} = \dot{U}_\infty \ \frac{{c_0}^2}{{c_\infty}^2} \tag{45}$$

ossia, anche questa energia (potenza) risulta essere direttamente proporzionale al quadrato della velocitá della luce.

## 4 Osservazioni

A quanto é stato riportato nei paragrafi precedenti, si vuole aggiungere quanto segue.

[7] Il punto sopra il simbolo rappresenta la variazione rispetto al tempo (derivata)

1. Un conforto a quanto é stato esposto nei paragrafi precedenti ci viene dalla seguente considerazione.

   Se costruiamo un oscillatore (orologio) $RC$ (resistenza-capacitá) oppure $LC$ (induttanza-capacitá), questo *non varia la sua frequenza di oscillazione quando viene "immerso" in un campo gravitazionale*. Si tratta, quindi, di un risultato perfettamente congruenti con la nuova interpretazione del comportamento degli interferometri rappresentata dalla (1)!

2. Dall'*Elettromagnetismo* sappiamo che la velocitá della luce é legata alla costante dielettrica ed alla permeabilitá magnetica dalla seguente relazione (fondamentale):

$$c_0{}^2 \ \epsilon_0 \ \mu_0 = 1 \tag{46}$$

   É facile verificare che la (46) *continua a mantenere la sua validitá anche in un campo gravitazionale*. Infatti, utilizzando la (12) e la (33) si ottiene:

$$c_\infty{}^2 \ \frac{c_0{}^2}{c_\infty{}^2} \ \epsilon_\infty \ \frac{c_\infty}{c_0} \ \mu_\infty \ \frac{c_\infty}{c_0} = c_\infty{}^2 \ \epsilon_\infty \ \mu_\infty = 1 \tag{47}$$

3. La (46) puó essere anche scritta nel modo seguente:

$$\big(c_0 \ \epsilon_0\big) \ \big(c_0 \ \mu_0\big) = 1 \tag{48}$$

   dove,

$$c_0 \ \epsilon_0 \equiv c_\infty \ \epsilon_\infty = K \tag{49}$$

$$c_0 \ \mu_0 \equiv c_\infty \ \mu_\infty = \frac{1}{K} \tag{50}$$

   con $K$ costante. Si potrebbe pensare di riscrivere la (49) e la (50) nel modo seguente:

$$c_0 = \frac{K}{\epsilon_0} \tag{51}$$

$$c_0 = \frac{1/K}{\mu_0} \tag{52}$$

   con la (51) che rappresenta la *"c di natura $\epsilon$"* e la (52) che rappresenta la *"c di natura $\mu$"*.

   La evidente "simmetria" mostrata dalla (49) e dalla (50), ci induce a ritenere che *la costante dielettrica e la permeabilitá magnetica debbano rappresentare la stessa caratteristica fisica (dello spazio)*!

4. Il legame tra *Gravitá* ed *Elettromagnetismo* che abbiamo esposto nelle sue linee essenziali ci offre l'opportunitá di risolvere, mediante le relazioni (49) e (50), il *problema delle unitá di misura* che affligge l'*Elettromagnetismo* fin dai tempi di Faraday e Maxwell.

   Ma questo importante argomento merita di essere trattato a parte.